

5.7. Формирование поверхности вращения, заданной аналитически



— Создание поверхности вращения по заданной формуле.

Эта операция используется для формирования поверхностей вращения, заданных аналитически. Данные для выполнения операции вводятся в диалоговом окне **Формирование поверхности вращения** (рис. 5.7-1).

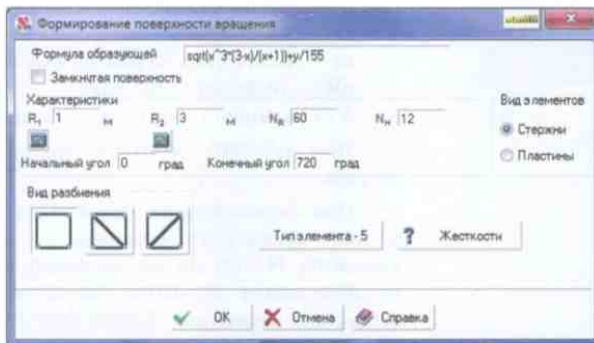
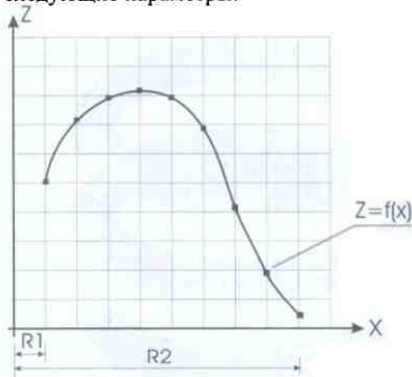


Рис. 5.7-1. Диалоговое окно **Формирование поверхности вращения**

Операция позволяет сформировать замкнутые, разомкнутые и спиралевидные поверхности из стержневых элементов или элементов оболочки, полученные в результате движения образующей $z = f(x)$ по дуге окружности.

Для формирования замкнутой поверхности (активен одноименный маркер) задаются следующие параметры:



R_1 — радиус начальной окружности (расстояние от начала образующей до оси Z);

R_2 — радиус конечной окружности (расстояние от конца образующей до оси Z);

N_t — количество элементов поверхности вращения по дуге окружности;

N_n — количество элементов поверхности вращения вдоль образующей.

Существует ограничение, касающееся использования сеток четырехузловых элементов для схем из элементов оболочки, связанное с возможным возникновением неплоских элементов.

В процессе задания параметров схемы могут быть назначены типы элементов и их жесткости. По умолчанию для стержней принят тип 5, а для пластин — 42 (треугольники) или 44 (четырёхугольники).

На рисунке 5.7-2,А приведен пример замкнутой поверхности, полученной путем задания образующей

$$z = \sqrt{x^3(3-x)/(x+1)},$$

при активной опции **Замкнутая поверхность** и следующих значениях параметров: $R_1 = 1$ м; $R_2 = 3$ м; $N_r = 30$; $N_n = 20$.

Для получения незамкнутых поверхностей дополнительно следует задать значения начального и конечного углов дуги. Так, для начального и конечного углов 0° и 270° соответственно будет получена поверхность, изображенная на рис. 5.7-2,В.

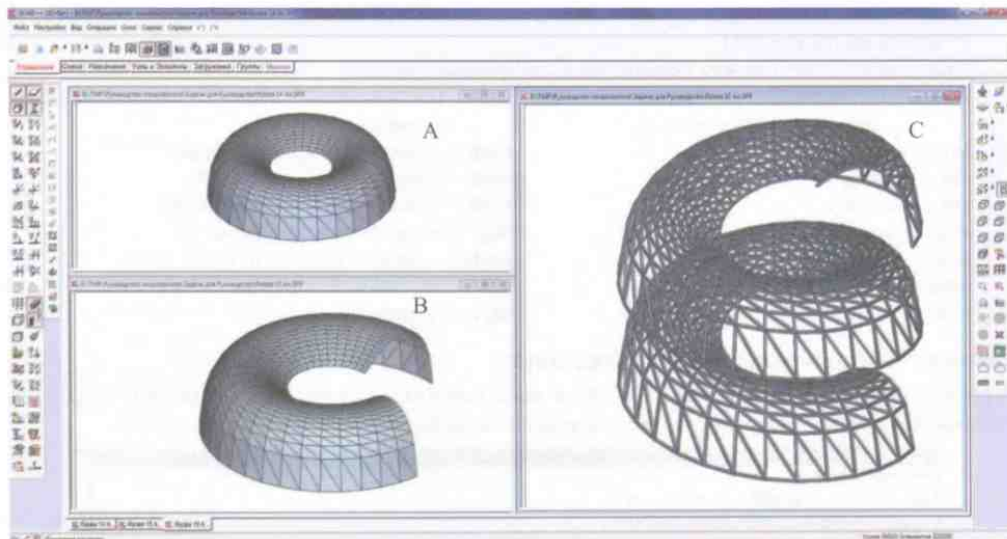



Рис. 5.7-2.

И, наконец, для получения спиралевидной поверхности в формулу необходимо ввести вторую переменную — Y , изменение которой описывает процесс «закручивания» спирали, как функции угла. Например, дополнив формулу второй переменной — $y/155$,

$$z = \sqrt{(x^3(3-x))/(x+1)} + y/155$$

при значениях начального и конечного углов 0° и 720° соответственно, получим новую схему (рис. 5.7-2,С). Здесь количество элементов по дуге $N_R = 60$ (использована стержневая модель).

В тех случаях, когда определяющим параметром является длина грани (хорды), а не радиус поверхности, предусмотрена операция вычисления радиуса как функции от количества граней (N_R) и длины хорды. Для вычисления радиуса следует:

- задать количество граней (N_R — количество элементов по дуге окружности);
- вызвать диалоговое окно **Вычисление радиуса по хорде** — ;
- ввести длину хорды в соответствующем поле ввода этого окна и нажать кнопку **Вычислить** (вычисленное значение радиуса поверхности вращения будет показано в информационном окне **Радиус**);
- нажать кнопку **Применить**, после чего окно закрывается, а результат автоматически переносится в соответствующее поле ввода окна **Формирование поверхности вращения**.

Правила ввода математических формул

При вводе математических формул следует соблюдать следующие правила:

- наименования функций вводить строчными буквами латинского алфавита;
- в качестве разделителя дробной и целой частей числа использовать точку;
- в качестве аргументов использовать латинские буквы x и y ;
- арифметические операции задавать символами $+$, $-$, $*$, $/$, возведение в степень — $^$ (например, x^3 записывается как x^3).

При записи формул можно использовать следующие функции:

floor — наибольшее целое, не превышающее заданное; **ceil** — наименьшее целое, превышающее заданное;

tan — тангенс;

tanh — тангенс гиперболический;

sin — синус;

sinh — синус гиперболический;

cos — косинус;

cosh — косинус гиперболический;

asin — арксинус;

log — натуральный логарифм;

acos — арккосинус;

log10 — десятичный логарифм;

atan — арктангенс;

abs — абсолютное значение;

exp — экспонента;

sqrt — корень квадратный.

Пример. Отражатель радиотелескопа

Отражатель радиотелескопа (рис. 5.7-3,А) в виде параболоида вращения диаметром 60 м и со стрелкой 6 м в цилиндрической системе координат задан формулой образующей $z=x^2/150$.

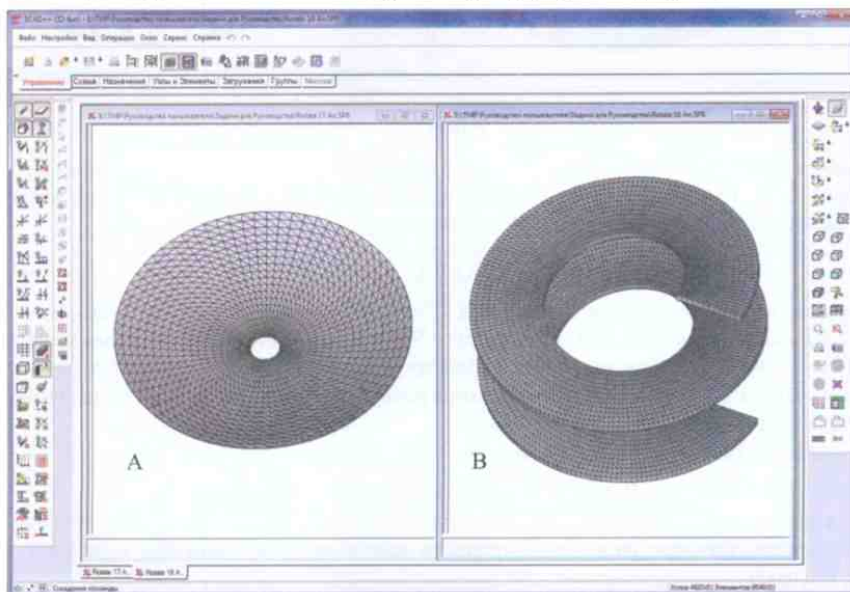


Рис. 5.7-3. Примеры расчетных схем поверхностей вращения

Пример. Винтовой пандус

В случае винтового пандуса (рис. 5.7-3,В) образующая строится по формуле $H / 360 * y$, где H — высота подъема лестницы за один виток (360° градусов).

Характеристики винтового пандуса — формула $3.2 / 360 * y$ (высота подъема за один виток 3.2 м), внутренний радиус 3 м, внешний радиус 6 м, количество элементов по длине — 360, количество элементов по ширине — 12, начальный угол 0° , конечный угол 720° (два полных витка).

5.8. Формирование поверхности, заданной аналитически



— Создание поверхности по заданной формуле

Эта операция позволяет сформировать расчетную схему в виде аналитически заданной поверхности, которая получена путем табулирования функции двух переменных $z = f(x,y)$ с интервалом и шагом, назначенными для каждой переменной. Данные для выполнения операции вводятся на странице **Поверхность по формуле** двухстраничного диалогового окна **Аналитически задаваемые поверхности** (рис. 5.8-1).

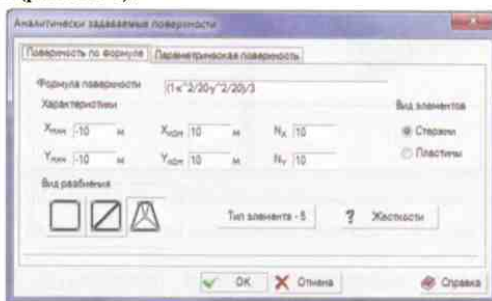


Рис. 5.8-1. Диалоговое окно **Аналитически задаваемые поверхности**

Схема может быть сформирована как из стержневых, так и из пластинчатых элементов. Кроме формулы поверхности (правила ввода математических формул приведены выше) необходимо задать следующие характеристики:

- $X_{нач}$ — начальное значение X ;
- $X_{кон}$ — конечное значение X ;
- N_x — количество элементов по направлению X ;
- $Y_{нач}$ — начальное значение Y ;
- $Y_{кон}$ — конечное значение Y ;
- N_y — количество элементов по направлению Y .

Кроме того, на странице назначаются вид элементов схемы (стержни или пластины) и форма разбиения поверхности. Если тип конечных элементов отличается от установленного по умолчанию, то он может быть изменен с помощью соответствующей операции, которая вызывается кнопкой **Тип элемента**. По умолчанию приняты: тип элемента 5 — для стержневых элементов и типы 44 (четырёхузловой) или 42 (трехузловой) — для оболочек, в зависимости от выбранной формы разбиения. С помощью кнопки **Жесткости** вызывается операция задания жесткостных характеристик элементов.

Пример. Оболочка (параболоид вращения)

Схема описана зависимостью $z = (1 - x^2/20 - y^2/20)/2$ при следующих значениях характеристик: $X_{\text{нач}} = -10$ м; $X_{\text{кон}} = 10$ м; $N_x = 10$; $Y_{\text{нач}} = -10$ м; $Y_{\text{кон}} = 10$ м; $N_y = 10$. Полученные в результате расчетные схемы (слева из стержневых элементов, справа из элементов оболочки) изображены на рис. 5.8-2.

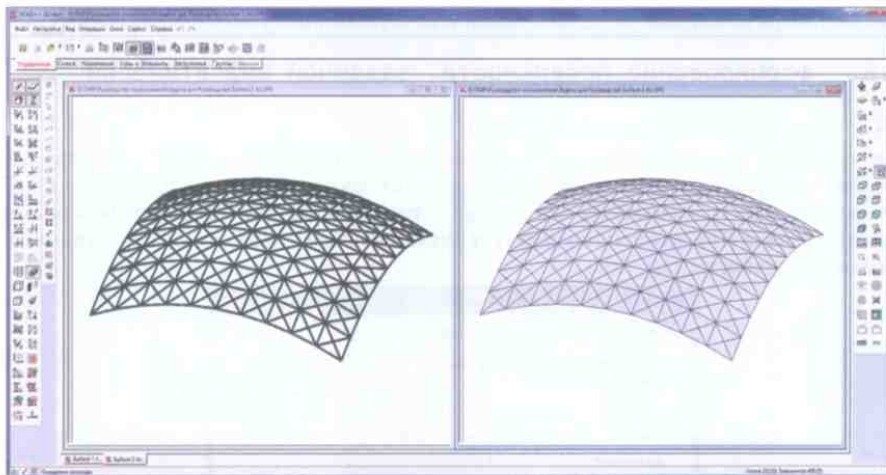


Рис. 5.8-2. Пример расчетной схемы оболочки

5.9. Формирование параметрических поверхностей

Кроме операции формирования аналитических поверхностей (по заданной формуле) в программе реализована операция генерации параметрических поверхностей. Исходные данные для этой операции задаются на странице **Параметрическая поверхность** диалогового окна **Аналитически задаваемые поверхности** (рис. 5.9-1).

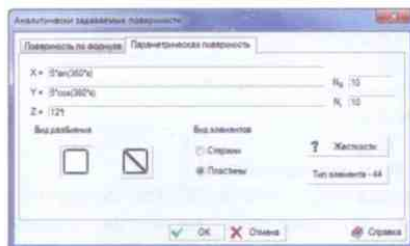


Рис. 5.9-1. Страница **Параметрическая поверхность** диалогового окна **Аналитически задаваемые поверхности**

Рассматриваются зависимости $x = f(s, t)$, $y = f(s, t)$, $z = f(s, t)$. Принято, что каждая из переменных s и t изменяется в интервале $[0, 1]$, причем переменная s последовательно принимает значения $0, 1/N_s, 2/N_s, \dots, 1$, а переменная t — соответственно $0, 1/N_t, 2/N_t, \dots, 1$, где N_s и N_t — количество шагов табулирования соответствующих переменных.

Например, формулы, описывающие поверхность цилиндра с радиусом равным 5 и высотой 12, будут иметь вид:

$$x = 5 \sin \alpha;$$

$$y = 5 \cos \alpha;$$

$$z = 12 h$$

и должны быть записаны в соответствующих полях ввода на странице **Параметрическая поверхность** в виде:

$$x = 5 * \sin(360 * s);$$

$$y = 5 * \cos(360 * s);$$

$$z = 12 * t.$$

Кроме того, на странице задаются значения N_x и N_t , а также назначаются вид элементов (стержни или пластины) и форма разбиения поверхности. Если тип конечных элементов отличается от установленного по умолчанию, то он может быть назначен с помощью соответствующей операции, которая вызывается кнопкой **Тип элемента**. По умолчанию приняты: тип элемента 5 — для стержневых элементов и типы 44 (четырёхузловой) или 42 (трехузловой) — для оболочек, в зависимости от выбранной формы разбиения. С помощью кнопки **Жесткости** вызывается операция задания жесткостных характеристик элементов.

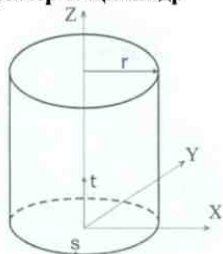


Обратите внимание: если в формуле участвуют тригонометрические или обратные тригонометрические функции, то следует учесть, что их аргументы (или вычисленные значения) должны быть в градусах.

5. Создание расчетной схемы

Примеры формирования расчетных моделей с использованием операции генерации параметрических поверхностей

Пример 1. Цилиндр



Исходные данные:

Радиус $r = 3$ м;

Высота $h = 12$ м;

Количество шагов табуляции переменной $s — N_s = 10$;

Количество шагов табуляции переменной $t — N_t = 10$;

Формулы для формирования схемы будут иметь следующий вид:

Переменная	Формула	Запись
x	$r \cos(s)$	$3 * \cos(360 * s)$
y	$r \sin(s)$	$3 * \sin(360 * s)$
z	t	$12 * t$

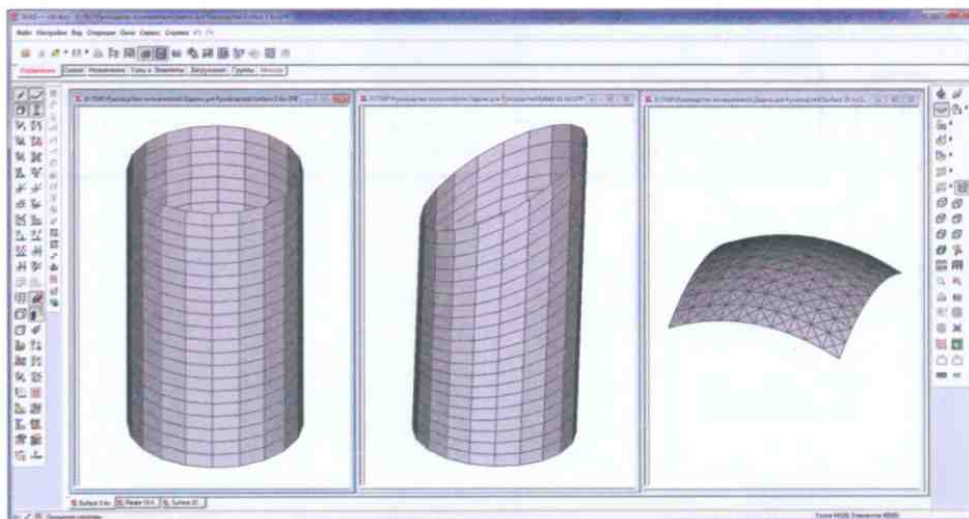
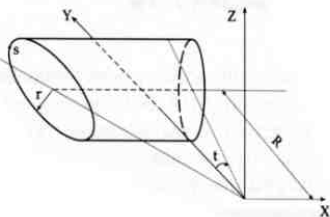


Рис. 5.9-2. Примеры расчетных схем параметрических поверхностей

Пример 2. Усеченный цилиндр



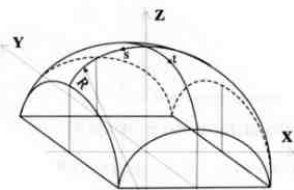
Исходные данные:

Радиус $r = 3$ м;Высота $h = 12$ м ($R = h/\tan(30) - r$);Угол секущей плоскости — 30° ;Количество шагов табуляции переменной s — 20;Количество шагов табуляции переменной t — 10.

Формулы для формирования схемы будут иметь следующий вид:

Переменная	Формула	Запись
x	$(R + r \cos(s)) \operatorname{tg}(t)$	$(12/\tan(30) - 3 + 3 * \cos(360 * s)) * \tan(30 * t)$
y	$R + r \cos(s)$	$12/\tan(30) - 3 + 3 * \cos(360 * s)$
z	$r \sin(s)$	$3 * \sin(360 * s)$

Пример 3. Сферическая поверхность



Исходные данные:

Радиус $R = 10$ м;Количество шагов табуляции переменной s — 20;Количество шагов табуляции переменной t — 20.

Формулы для формирования схемы будут иметь следующий вид:

Переменная	Формула	Запись
x	$R/\sqrt{2} \sin(t)$	$10/\sqrt{2} * \sin(-90 + 180 * t)$
y	$R/\sqrt{2} \sin(s)$	$10/\sqrt{2} * \sin(-90 + 180 * s)$
z	$R/\sqrt{2} \sqrt{2 - \sin^2 t - \sin^2 s}$	$10/\sqrt{2} * \sqrt{2 - (\sin(-90 + 180 * t)) ** 2 - (\sin(-90 + 180 * s)) ** 2}$



При формировании сферической поверхности из элементов оболочек рекомендуется пользоваться разбиением на трехузловые элементы, т.к. в четырехузловых элементах не гарантируется принадлежность узлов элемента одной плоскости.

5.10. Создание стандартной аналитической поверхности



Для аналитических поверхностей, достаточно часто используемых в практике проектирования, предусмотрена возможность генерации соответствующих расчетных моделей без явного ввода формул поверхности. Для этого в диалоговом окне (см. рис. 5.10-1) следует из выпадающего списка выбрать тип поверхности, задать геометрические параметры и параметры генерации конечноэлементной сетки. Для справки в этом окне приводятся формулы поверхности.

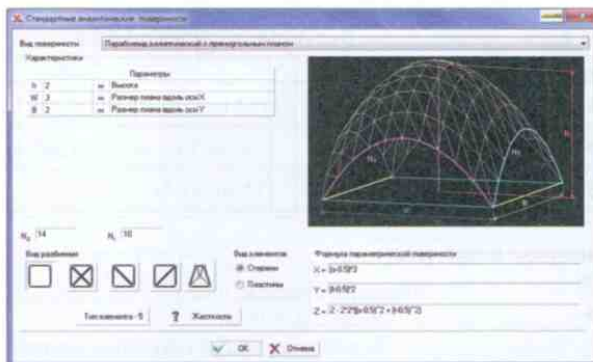
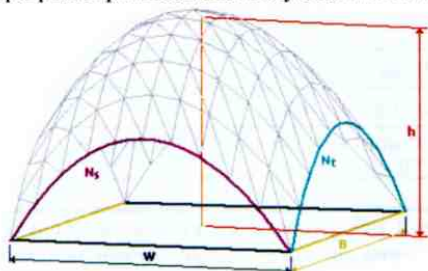
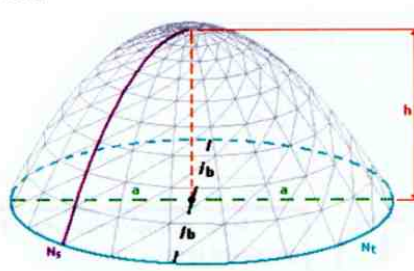


Рис. 5.10-1. Диалоговое окно **Стандартные аналитические поверхности**.

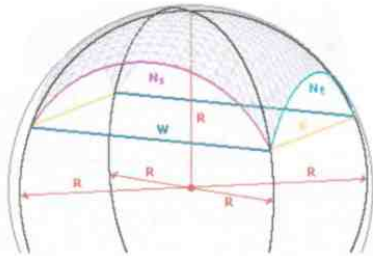
Так же, как в случае создания произвольных аналитических поверхностей, здесь предусмотрена возможность задания типов конечных элементов и их жесткостных характеристик. В программе реализованы следующие типы поверхностей



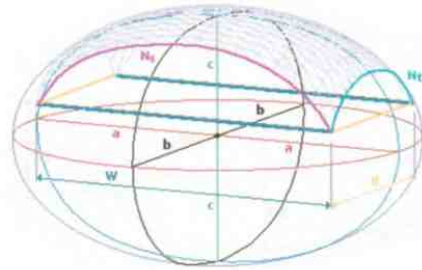
Параболоид эллиптический с прямоугольным планом



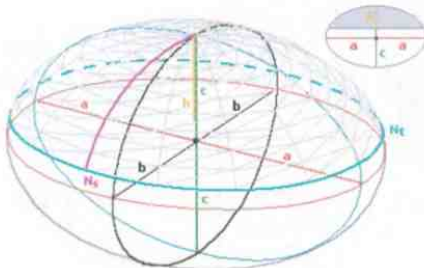
Параболоид эллиптический с эллиптическим планом



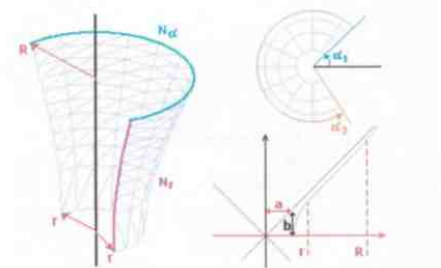
Сферическая поверхность



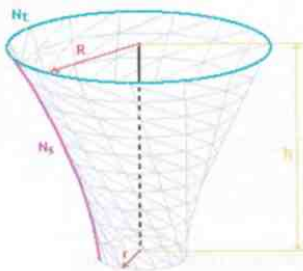
Эллипсоидная поверхность с прямоугольным планом



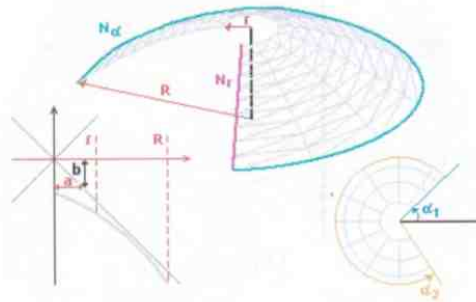
Эллипсоидная поверхность с эллиптическим планом



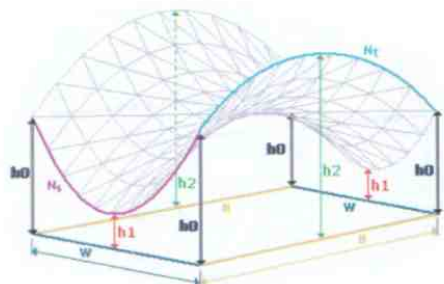
Гиперboloид вращения, однополостный



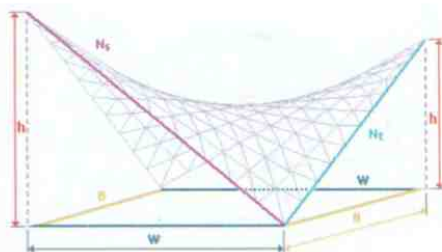
Гиперboloид вращения, однополостный, параметрическая форма



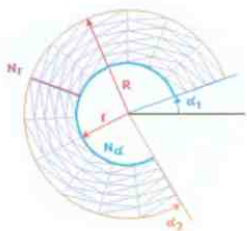
Гиперboloид вращения, двуполостный, нижняя часть



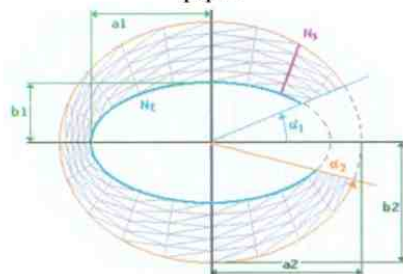
Параболоид гиперболический, седловидная форма



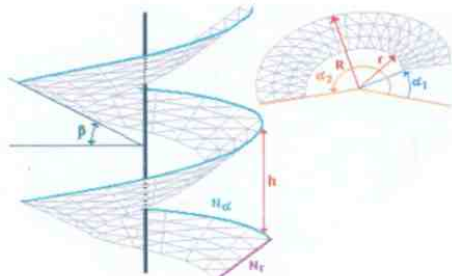
Параболоид гиперболический, линейчатая форма



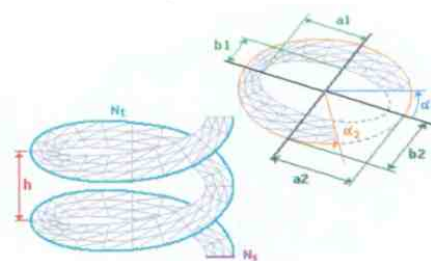
Кольцо



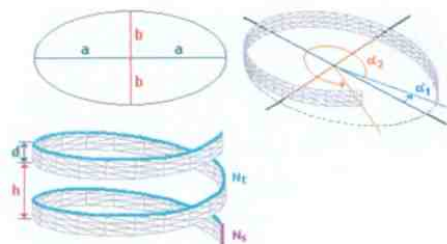
Кольцо эллиптическое



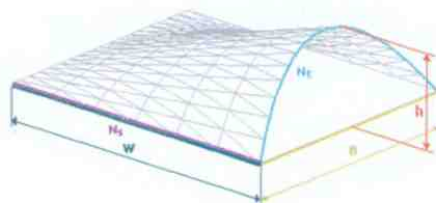
Геликоид



Геликоид прямой, эллиптический



Винтовая полоса, эллиптическая



Коноид параболический